

Задаци - 11. недеља

задаци са * су посебно важни

1. * Израчунати следеће лимесе:

- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a},$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}.$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x.$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{\lambda}{x}\right)^x, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$

2. Испитати непрекидност функције

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0. \end{cases}$$

3. * Израчунати

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin x}{x}.$$

4. * Израчунати

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{\sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sin x}.$$

5. * Нека је $P : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ полином, тј.

$$P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0, \quad a_i \in \mathbb{R}.$$

Доказати

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P(x)}{e^x} = 0.$$

6. Нека је $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ растућа и ограничена функција. Доказати да постоји $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ и да је једнак $\sup\{f(x) \mid x \in \mathbb{R}\}.$

7. Наћи домен и асимптоте функције $f(x) = \cos \frac{1}{x}.$